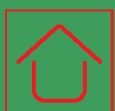




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学5 | 选择性必修第一册 RJB

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

- 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。
- 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。
- 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、探索新颖题目



特点二 不断进行复习巩固，对常见题型进行总结

- 素养测评滚动——对知识进行阶段测评，验收每一阶段学习成果
- 热点题型探究——题型方法全面概括，解析本章热点题型

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

阶段素养测评卷

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末



**精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，
助力同步高效学习！**

CONTENTS

全品智能作业·数学 RJB

01

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算	001
1.1.1 空间向量及其运算	001
第1课时 空间向量的线性运算 / 001	第2课时 空间向量的数量积 / 003
1.1.2 空间向量基本定理	005
1.1.3 空间向量的坐标与空间直角坐标系	007
第1课时 空间向量运算的坐标表示 / 007	第2课时 空间直角坐标系 / 009
☛ 素养测评滚动(一) [范围 1.1]	011
1.2 空间向量在立体几何中的应用	013
1.2.1 空间中的点、直线与空间向量	013
第1课时 空间中点、直线的向量表示 / 013	第2课时 空间中两条直线所成的角与异面直线 / 015
1.2.2 空间中的平面与空间向量	017
1.2.3 直线与平面的夹角	019
1.2.4 二面角	021
1.2.5 空间中的距离	023
☛ 热点题型探究(一)	025
• 题型1 基向量的作用 / 025	• 题型2 利用空间向量处理平行与垂直 / 025
• 题型3 利用空间向量求空间角 / 026	• 题型4 利用空间向量求空间距离 / 026
☛ 素养测评滚动(二) [范围 1.1~1.2]	027

02

第二章 平面解析几何

2.1 坐标法	029
2.2 直线及其方程	031
2.2.1 直线的倾斜角与斜率	031
2.2.2 直线的方程	033
第1课时 直线的点斜式方程与斜截式方程 / 033	第2课时 直线的两点式方程 / 035
第3课时 直线的一般式方程 / 037	
2.2.3 两条直线的位置关系	039
2.2.4 点到直线的距离	041
☛ 热点题型探究(二)	043
• 题型1 直线的倾斜角与斜率 / 043	• 题型2 两条直线平行与垂直问题 / 043
• 题型3 直线方程的求法 / 043	• 题型4 与直线有关的定点、最值问题 / 044
• 题型5 距离问题与对称问题 / 044	
☛ 素养测评滚动(三) [范围 2.1~2.2]	045
2.3 圆及其方程	047
2.3.1 圆的标准方程	047

2.3.2 圆的一般方程	049
2.3.3 直线与圆的位置关系	051
2.3.4 圆与圆的位置关系	053
☛ 热点题型探究 (三)	055
• 题型 1 圆的方程的求法 / 055 • 题型 2 求圆的切线方程 / 055 • 题型 3 直线与圆相交的弦长的求法 / 055 • 题型 4 圆与圆相交时与公共弦有关的问题 / 056 • 题型 5 与圆有关的最值问题 / 056	
☛ 素养测评滚动 (四) [范围 2.1~2.3]	057
2.4 曲线与方程	059
2.5 椭圆及其方程	061
2.5.1 椭圆的标准方程	061
2.5.2 椭圆的几何性质	063
2.6 双曲线及其方程	065
2.6.1 双曲线的标准方程	065
2.6.2 双曲线的几何性质	067
☛ 素养测评滚动 (五) [范围 2.1~2.6]	069
2.7 抛物线及其方程	071
2.7.1 抛物线的标准方程	071
2.7.2 抛物线的几何性质	073
2.8 直线与圆锥曲线的位置关系	075
第 1 课时 直线与椭圆的综合运用 / 075	第 2 课时 直线与双曲线的综合运用 / 077
第 3 课时 直线与抛物线的综合运用 / 079	
☛ 热点题型探究 (四)	081
• 题型 1 圆锥曲线定义的应用 / 081 • 题型 2 圆锥曲线的性质 / 081 • 题型 3 直线与圆锥曲线的位置关系 / 082 • 题型 4 定点、定值问题 / 082 • 题型 5 定直线问题 / 083 • 题型 6 圆锥曲线中的最值与范围问题 / 083 • 题型 7 圆锥曲线中的探究性问题 / 084	
☛ 素养测评滚动 (六) [范围 2.1~2.8]	085
■ 参考答案	087

◆ 素养测评卷 ◆

单元素养测评卷 (一)	卷 1	模块素养测评卷 (一)	卷 9
阶段素养测评卷 (一)	卷 3	模块素养测评卷 (二)	卷 11
阶段素养测评卷 (二)	卷 5	模块素养测评卷 (三)	卷 13
单元素养测评卷 (二)	卷 7	参考答案	卷 15

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其运算

第1课时 空间向量的线性运算

基础夯实篇

1. 给出下列说法:

- ①空间中所有的单位向量都是相等的向量;
- ②方向相反的两个向量是相反向量;
- ③若空间向量 a, b 满足 $|a| > |b|$, 且 a, b 同向, 则 $a > b$;
- ④零向量没有方向;
- ⑤对于任意空间向量 a, b , 必有 $|a+b| \leq |a| + |b|$.

其中说法正确的序号为 ()

- A. ①②③
- B. ⑤
- C. ④⑤
- D. ①⑤

2. 已知空间向量 a, b 互为相反向量, 且 $|b| = 3$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a = b$
- B. $a + b$ 为实数 0
- C. a 与 b 方向相同
- D. $|a| = 3$

3. 已知 a, b, c 为空间中的三个向量, 则 $\frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} (2a + 8b - 2c) - (4a - 2b + 2c) \right] =$ ()

- A. $2a - b - c$
- B. $2b - a - c$
- C. $b - a - c$
- D. $a - b - c$

4. [2023 · 河南商丘实验中学高二期中] 在四面体 $ABCD$ 中, F, E 分别为 AB, CD 的中点, $\overrightarrow{EM} = 2\overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{BC} = a, \overrightarrow{BD} = b, \overrightarrow{BA} = c$, 则 $\overrightarrow{AM} =$ ()

- A. $-\frac{1}{6}a - \frac{1}{6}b - \frac{1}{3}c$
- B. $-\frac{1}{6}a - \frac{1}{6}b + \frac{2}{3}c$
- C. $\frac{1}{6}a + \frac{1}{6}b + \frac{2}{3}c$
- D. $\frac{1}{6}a + \frac{1}{6}b - \frac{2}{3}c$

5. 已知三棱锥 $A-BCD$ 中, E 是 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) =$ ()

- A. $\overrightarrow{BD}$
- B. $\overrightarrow{DB}$
- C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

6. 对于空间中的非零向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$, 有下列各式:

- ① $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$; ② $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$; ③ $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$; ④ $|\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$.

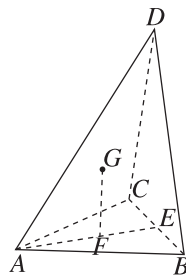
其中一定不成立的是 _____. (填序号)

素养提能篇

7. 已知空间向量 a, b , 且 $\overrightarrow{AB} = a + 2b, \overrightarrow{BC} = -5a + 6b, \overrightarrow{CD} = 7a - 2b$, 则一定共线的三点是 ()

- A. A, B, D
- B. A, B, C
- C. B, C, D
- D. A, C, D

8. [2023 · 贵州安顺高二期中] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, F 是 AE 的中点, G 为 $\triangle ACD$ 的重心, 则 $\overrightarrow{FG} =$ ()



- A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$
- B. $-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
- C. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{12}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
- D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

9. (多选题) 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各式中运算结果为 $\overrightarrow{AC_1}$ 的是 ()

- A. $\overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{D_1C_1}$
- B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1}$
- C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{B_1C_1}$
- D. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{B_1C_1}$

10. (多选题) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC_1 的中点为 O , 则下列互为相反向量的是 ()

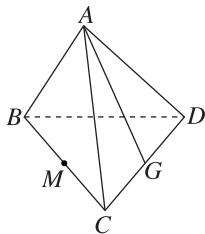
- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1}$
 B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA_1} - \overrightarrow{OD_1}$
 C. $\overrightarrow{OA_1} - \overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OC_1}$
 D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{OD_1}$

11. 已知向量 a, b, c 互相平行, 其中 a, c 同向, a, b 反向, $|a| = 3, |b| = 2, |c| = 1$, 则 $|a + b + c| =$ _____.

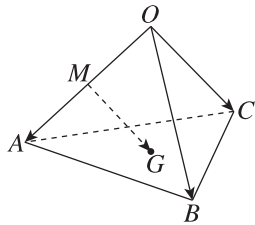
12. 如图所示, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA_1} = c$, M 是 A_1D_1 的中点, 点 N 是 CA_1 上的点, 且 $CN : NA_1 = 1 : 4$, 则向量 $\overrightarrow{MN} =$ _____ (用 a, b, c 表示).

13. 如图所示, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, M, G 分别是 BC, CD 的中点, 化简下列各式:

- (1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$;
 (2) $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC})$;
 (3) $\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.



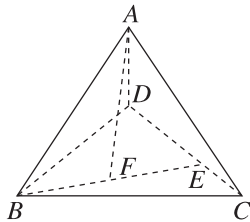
14. 如图, 在四面体 $O-ABC$ 中, M 是 OA 的中点, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 用向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 表示向量 $\overrightarrow{MG}$.



思维训练篇

15. 设棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中的八个顶点所构成的集合为 S . 向量的集合 $P = \{m | m = \overrightarrow{P_1P_2}, P_1, P_2 \in S\}$, 则集合 P 中长度为 $\sqrt{3}a$ 的向量有 _____ 个.

16. [2024 · 河南洛阳高二期末] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E 满足 $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{DC}$, F 为 BE 的中点, 且 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$, 求实数 λ 的值.



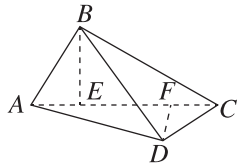
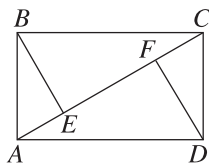
第2课时 空间向量的数量积

基础夯实篇

- 已知 a, b, c, l, m 均为空间内的非零向量, 若 $a \perp b, a \perp c, l = \alpha b + \beta c (\alpha, \beta \in \mathbf{R}), m \parallel a$, 则 m 与 l 一定 ()
A. 相交 B. 共线
C. 垂直 D. 以上都有可能
- 设 a, b, c 是空间中任意的向量, 且它们相互不共线, 给出下列说法:
① $(a \cdot b) \cdot c - (c \cdot a) \cdot b = 0$;
② $|a| = \sqrt{a \cdot a}$;
③ $a^2 b = b^2 a$;
④ $(3a + 2b) \cdot (3a - 2b) = 9|a|^2 - 4|b|^2$.
其中正确的说法是 ()
A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②④
- [2023 · 甘肃陇南高二期末] 已知 $a = 2i - 2j + \lambda k, b = 4i - j + 5k (i, j, k$ 为两两互相垂直的单位向量), 若 $a \perp b$, 则 $\lambda =$ ()
A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
- 已知 e_1, e_2 是夹角为 60° 的两个单位向量, 则 $a = e_1 + e_2$ 与 $b = e_1 - 2e_2$ 的夹角是 ()
A. 60° B. 120° C. 30° D. 90°
- [2023 · 山西吕梁高二期中] 在四面体 $ABCD$ 中, $BC = 1, BD = 2, \angle ABC = 90^\circ, \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA} = -\sqrt{3}$, 则 $\angle CBD =$ _____.
- 向量 a 的模为 10, 它与 x 轴正方向的夹角为 150° , 则它在 x 轴正方向上的投影的数量为 _____.

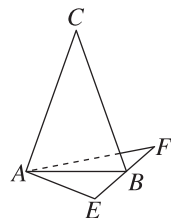
素养提能篇

- 正四面体 $A-BCD$ 的棱长为 2, E, F 分别为 BC, AD 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 的值为 ()
A. -2 B. 4 C. 2 D. 1
- [2024 · 安徽宣城高二期中] 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1, BC = \sqrt{3}$, 沿对角线 AC 将 $\triangle ABC$ 折起, 当 $\cos \langle \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{FD} \rangle = -\frac{1}{3}$ 时, B 与 D 之间的距离为 ()

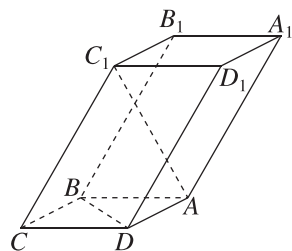


- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{2}$

- 如图, C 是平面 AEF 外一点, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AEF$ 中, B 是 EF 的中点, $AB = 2, EF = 4, CA = CB = 3$, 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AF} = 7$, 则 $\overrightarrow{EF}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值为 ()



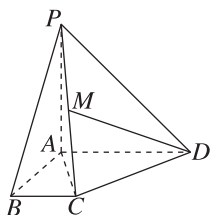
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
- (多选题) [2023 · 沈阳高二期中] 已知空间单位向量 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}$ 两两之间的夹角均为 60° , $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PE}, \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BF}$, 则下列说法中正确的是 ()
A. $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 1$
B. $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}) = -\frac{1}{2}$
C. $|\overrightarrow{EF}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$
D. $\cos \langle \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{CP} \rangle = \frac{\sqrt{3}}{6}$
 - 已知四面体 $O-ABC$ 中, $OB = OC$, 且 $\angle AOB = \angle AOC = \frac{\pi}{3}$, 则 $\cos \langle \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC} \rangle$ 的值为 _____.
 - 在四面体 $A-BCD$ 中, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} =$ _____.
 - 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $AA_1 = 2, \angle A_1AB = \angle A_1AD = 120^\circ$, 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA_1} = c$.
(1) 求 $|\overrightarrow{AC_1}|$;
(2) 求 $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值.



14. 如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA = AD = AB = 2BC$, M 为 PC 的中点.

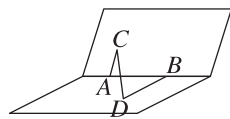
(1) 求证: $\overrightarrow{PB} \perp \overrightarrow{DM}$;

(2) 求 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{PD}$ 夹角的余弦值.



思维训练篇

15. 如图,在一个 120° 的二面角的棱上有两点 A, B , 线段 AC, BD 分别在这个二面角的两个半平面内, 且均与 AB 垂直, 若 $AB =$



$\sqrt{2}$, $AC = 1$, $BD = 2$, 则 $|\overrightarrow{CD}|$ 为 ()

A. 2 B. 3

C. $2\sqrt{3}$ D. 4

16. [2023 · 长沙高二期中] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 球 O 是正方体的内切球, 点 G 是内切球 O 表面上的一个动点, 则 $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC}$ 的取值范围为 ()

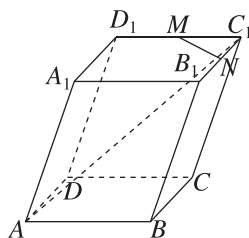
A. $[0, 4]$ B. $[2 - 2\sqrt{2}, 0]$

C. $[4, 2 + 2\sqrt{2}]$ D. $[2 - 2\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}]$

17. 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, $AC_1 = \sqrt{26}$.

(1) 求 AA_1 的长度;

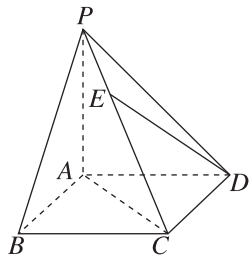
(2) 若 M, N 分别为 D_1C_1, C_1B_1 的中点, 求 $\overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{MN}$ 的值.



1.1.2 空间向量基本定理

基础夯实篇

- 已知 O, A, B, C 为空间中的四点, 且向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 能构成空间向量的一组基底, 则下列说法正确的是 ()
 A. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 共线
 B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 共线
 C. $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 共线
 D. O, A, B, C 四点不共面
- 若对于空间任意一点 O 和不共线的三点 A, B, C , 都有 $6\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC}$, 则 ()
 A. 四点 O, A, B, C 必共面
 B. 四点 P, A, B, C 必共面
 C. 四点 O, P, B, C 必共面
 D. 五点 O, P, A, B, C 必共面
- 给出下列说法:
 ①若 $\{a, b, c\}$ 可以作为空间向量的一组基底, d 与 c 共线, $d \neq 0$, 则 $\{a, b, d\}$ 也可作为空间向量的一组基底;
 ②如果向量 a, b 与任何向量不能构成空间向量的一组基底, 那么 a, b 的关系是不共线;
 ③已知 O, A, B, C 为空间中的四点, 且向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 不能构成空间向量的一组基底, 那么点 O, A, B, C 一定共面;
 ④已知向量 a, b, c 是空间向量的一组基底, 则向量 $a+b, a-b, c$ 也是空间向量的一组基底.
 其中说法正确的个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- [2023 · 安徽六安一中高二期中] 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为平行四边形, E 在棱 PC 上且 $EC = 2PE$, 若 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AP}$, 则 $x + y + z =$ ()



- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

- (多选题) 下列说法中正确的有 ()
 A. 空间任意三个不共面的向量都可以作为一组基底
 B. 已知向量 $a \parallel b$, 则存在向量可以与 a, b 构成空间向量的一组基底
 C. A, B, M, N 是空间四点, 若 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BN}$ 不能构成空间向量的一组基底, 则 A, B, M, N 共面
 D. 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间向量的一组基底, 若 $m = a + c$, 则 $\{a, b, m\}$ 也是空间向量的一组基底
- [2023 · 上海格致中学高二期中] 已知四面体 $OABC$, 空间的一点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$, 若 P, A, B, C 共面, 则实数 λ 的值为 _____.

素养提能篇

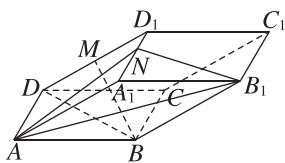
- 已知 O, A, B, C 为空间中不共面的四点, 且向量 $a = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}, b = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$, 则不能与 a, b 构成空间向量的一组基底的是 ()
 A. $\overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OB}$
 C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OA}$ 或 $\overrightarrow{OB}$
- 对于空间任意一点 O 和不共线的三点 A, B, C , 有 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC} (x, y, z \in \mathbf{R})$, 则“ $x=2, y=-3, z=2$ ”是“ P, A, B, C 四点共面”的 ()
 A. 必要不充分条件
 B. 充分不必要条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- [2023 · 河南新乡高二期中] 若 $\{a, b, c\}$ 是空间向量的一组基底, 则下列向量共面的是 ()
 A. $a+b, a-b-c, 3a-c$
 B. $a-2b, a+c, -3b-c$
 C. $2a+b, a-c, 3a+b-c$
 D. $a-2b, b+c, 3a-3b+c$

10. (多选题) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, P 为空间内一点, 若 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BB_1} + \mu \overrightarrow{BC}$, 其中 $\lambda, \mu \in [0, 1]$, 则 ()

- A. 若 $\lambda=1$, 则点 P 在棱 B_1C_1 上
 B. 若 $\lambda=\mu$, 则点 P 在线段 BC_1 上
 C. 若 $\lambda=\mu=\frac{1}{2}$, 则 P 为棱 CC_1 的中点
 D. 若 $\lambda+\mu=1$, 则点 P 在线段 B_1C 上

11. 在正四面体 $A-BCD$ 中, M, N 分别为棱 BC, AB 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{c}$, 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{DM}$, 则 $\overrightarrow{DM} =$ _____, 异面直线 DM 与 CN 所成角的余弦值为 _____.

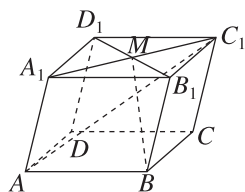
12. 在如图所示的平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB=AA_1=AD=1, \angle BAD = \angle DAA_1 = 60^\circ, \angle BAA_1 = 30^\circ$, N 为 A_1D_1 上一点, 且 $A_1N = \lambda A_1D_1$. 若 $BD \perp AN$, 则 λ 的值为 _____; 若 M 为棱 DD_1 的中点, $BM \parallel$ 平面 AB_1N , 则 λ 的值为 _____.



13. 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间向量的一组基底, 且 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3, \overrightarrow{OB} = -3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 2\mathbf{e}_3, \overrightarrow{OC} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$, 试判断 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 能否作为空间向量的一组基底? 若能, 试以此基底表示向量 $\overrightarrow{OD} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$; 若不能, 请说明理由.

14. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = 60^\circ, AB = AD = AA_1 = 1, M$ 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点, 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

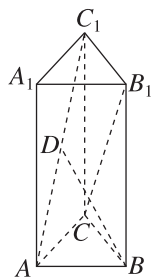
- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 $\overrightarrow{BM}$ 和 $\overrightarrow{AC_1}$;
 (2) 求 $\cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC_1} \rangle$.



思维训练篇

15. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 和 N 分别是正方形 $ABCD$ 和正方形 BB_1C_1C 的中心, 若点 P 满足 $\overrightarrow{DP} = m\overrightarrow{DA} + n\overrightarrow{DM} + k\overrightarrow{DN}$, 其中 $m, n, k \in \mathbf{R}$, 且 $m+n+k=1$, 则点 P 可以是正方体表面上 _____ 上的点.
16. 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长为 4, 底面边长为 2, D 为 AC_1 的中点.

- (1) 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AA_1}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B_1C}$.
 (2) 线段 CB_1 上是否存在一点 E , 使得 $BD \perp AE$? 若存在, 求 $|\overrightarrow{AE}|$; 若不存在, 请说明理由.



1.1.3 空间向量的坐标与空间直角坐标系

第1课时 空间向量运算的坐标表示

基础夯实篇

1. 若 $a=(2,3,-1)$, $b=(2,0,3)$, $c=(0,2,2)$, 则 $a \cdot (b+c) =$ ()
A. $(4,6,-5)$ B. 5
C. 7 D. 36
2. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 已知 $a=(x,1,1)$, $b=(1,y,1)$, $c=(2,-4,2)$, 若 $a \perp b$, $b \parallel c$, 则 $|a+b| =$ ()
A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{10}$
C. 3 D. 4
3. 空间向量 $a=(0,1,-1)$ 在 $b=(1,2,3)$ 上的投影向量为 ()
A. $-\frac{1}{14}b$ B. $-\frac{\sqrt{14}}{14}b$
C. $-\frac{1}{14}$ D. $-\frac{\sqrt{14}}{14}$
4. (多选题) 下列各组向量中, 互相平行的有 ()
A. $a=(1,2,1)$, $b=(1,-2,3)$
B. $a=(8,4,-6)$, $b=(4,2,-3)$
C. $a=(0,1,-1)$, $b=(0,3,-3)$
D. $a=(-3,2,0)$, $b=(4,-3,3)$
5. 一个向量 p 在基底 $\{a, b, c\}$ 下的坐标为 $(1,2,3)$, 则 p 在基底 $\{a+b, a-b, c\}$ 下的坐标为 _____.
6. 已知 $a=(2,1,3)$, $b=(-4,2,x)$, 且 $a \perp b$, 则 $|a-b| =$ _____.

素养提能篇

7. 已知向量 $a=(1,1,1)$, $|b|=2$, $|a-b|=\sqrt{13}$, 则 a 与 b 的夹角为 ()
A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$
8. [2023·广东惠州高二期中] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 向量 a 在基底 $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}\}$ 下的坐标为 $\{2,1,-3\}$, 则向量 a 在基底 $\{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}\}$ 下的坐标为 ()
A. $(2,1,-3)$ B. $(-1,2,-3)$
C. $(1,-8,9)$ D. $(-1,8,9)$

9. 已知 $a=(2,-1,2)$, $b=(2,2,1)$, 则以 a, b 为邻边的平行四边形的面积为 ()
A. $\sqrt{65}$ B. $\frac{\sqrt{65}}{2}$
C. 4 D. 8
10. [2023·江西井冈山中学高二月考] 已知 $\overrightarrow{PA}=(2,1,-3)$, $\overrightarrow{PB}=(-1,2,3)$, $\overrightarrow{PC}=(\lambda,6,-9)$, 若 P, A, B, C 四点共面, 则 $\lambda =$ ()
A. 3 B. -3
C. 7 D. -7
11. (多选题) 已知 $a=(2,4,x)$, $b=(2,y,2)$, 若 $|a|=6$ 且 $|a+b|=|a-b|$, 则 $x-y$ 的值可以是 ()
A. -3 B. 7
C. 1 D. -5
12. 已知向量 $a=(0,-1,1)$, $b=(4,1,0)$, $|\lambda a+b|=\sqrt{29}$, 且 $\lambda>0$, 则 $\lambda =$ _____.
13. 已知空间三点 $A(-2,0,2)$, $B(-1,1,2)$, $C(-3,0,4)$, 设 $a=\overrightarrow{AB}$, $b=\overrightarrow{AC}$.
(1) 求 a 与 b 的夹角的余弦值;
(2) 若向量 $ka+b$ 与 $ka-2b$ 互相垂直, 求 k 的值.

14. 已知单位向量 m, n , 且 $|m - n| = \sqrt{3}$.

(1) 求向量 m, n 的夹角;

(2) 求 $|2m - n|$ 的值;

(3) 若向量 $2m - n$ 与向量 $m + kn$ 垂直, 求实数 k 的值.

思维训练篇

15. 已知向量 $a = (x, 2, -4), b = (-1, y, 3), c = (1, -2, z)$, 且 a, b, c 两两垂直, 则 $(x, y, z) =$ _____.

16. 已知向量 $a = (-2, -1, 2), b = (-1, 1, 2), c = (x, 2, 2)$.

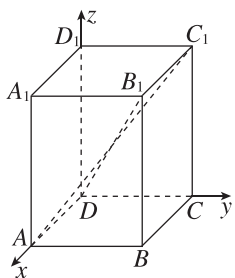
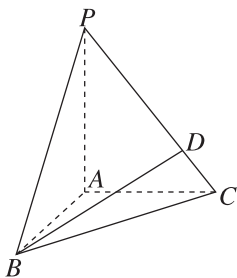
(1) 当 $|c| = 2\sqrt{2}$ 时, 若向量 $ka + b$ 与 c 垂直, 求实数 x 和 k 的值;

(2) 若向量 c 与向量 a, b 共面, 求实数 x 的值.

第2课时 空间直角坐标系

基础 夯实篇

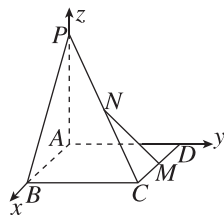
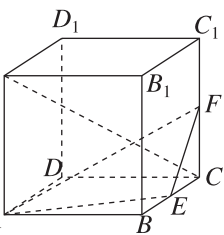
1. 已知三点 $P_1(1,1,0)$, $P_2(0,1,1)$ 和 $P_3(1,0,1)$, O 是坐标原点, 则 $|\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + \overrightarrow{OP_3}| =$ ()
A. 2 B. 4
C. $2\sqrt{3}$ D. 12
2. 已知 $A(1, -2, 0)$ 和向量 $\mathbf{a} = (-3, 4, 12)$, 且 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a}$, 则点 B 的坐标为 ()
A. $(-7, 10, 24)$
B. $(7, -10, -24)$
C. $(-6, 8, 24)$
D. $(-5, 6, 24)$
3. 在空间直角坐标系中, 点 $A(10, 4, -2)$ 关于点 $M(0, 3, -5)$ 对称的点的坐标是 ()
A. $(-10, 2, 8)$ B. $(-10, 3, -8)$
C. $(5, 2, -8)$ D. $(-10, 2, -8)$
4. [2023 · 石家庄高二期中] 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, 且 $\overrightarrow{PD} = 3\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{BD}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 ()
A. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
5. 如图, 以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点, 过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴, 建立空间直角坐标系, 若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(2, 3, 4)$, 则 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为 _____.



6. 已知两点 $P(3, 1, a)$, $Q(3, b, 2)$ 关于坐标平面 xOy 对称, 其中 O 为坐标原点, 则 $a + b =$ _____.

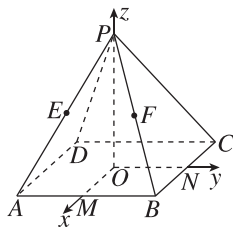
素养 提能篇

7. 已知 $A(3, 0, -1)$, $B(0, -2, -6)$, $C(2, 4, -2)$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()
A. 等边三角形 B. 等腰三角形
C. 直角三角形 D. 以上都不对
8. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, $O(0, 0, 0)$, $E(2\sqrt{2}, 0, 0)$, $F(0, 2\sqrt{2}, 0)$, B 为 EF 的中点, C 为空间一点且满足 $|\overrightarrow{CO}| = |\overrightarrow{CB}| = 3$, 若 $\cos\langle\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{BC}\rangle = \frac{1}{6}$, 则 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OF} =$ ()
A. 9 B. 7
C. 5 D. 3
9. [2023 · 海口一中高二期中] 如图, 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别是棱 BC, CC_1 的中点, 若直线 A_1C 与平面 AEF 交于点 M , 则线段 D_1M 的长度为 ()
A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ B. 2
C. $\sqrt{5}$ D. 3
10. (多选题) 已知 $M(1, 2, 3)$, $N(2, 3, 4)$, $P(-1, 2, -3)$, 若 $|\overrightarrow{PQ}| = 3|\overrightarrow{MN}|$ 且 $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{MN}$, 则 Q 点的坐标可能为 ()
A. $(2, 5, 0)$ B. $(-4, -1, -6)$
C. $(3, 4, 1)$ D. $(-3, -2, -5)$
11. 已知 PA 垂直于正方形 $ABCD$ 所在的平面, M, N 分别是 CD, PC 的中点, 并且 $PA = AD = 1$. 在如图所示的空间直角坐标系中, $|\overrightarrow{MN}| =$ _____.
12. 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(1, 2, 3)$, $B(2, -1, 5)$, $C(3, 2, -5)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____, $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高为 _____.

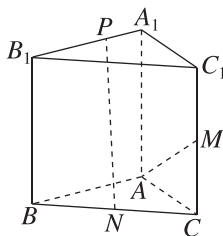


思维训练篇

13. 如图,过正方形 $ABCD$ 的中心 O 作 $OP \perp$ 平面 $ABCD$, 已知正方形的边长为 2, $OP=2$, 连接 AP, BP, CP, DP , M, N 分别是 AB, BC 的中点, 以 O 为原点, $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OP}$ 的方向分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向建立空间直角坐标系. 若 E, F 分别为 PA, PB 的中点, 求 A, B, C, D, E, F 的坐标.



14. 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧棱与底面垂直,且 $AA_1=AB=AC=2, AB \perp AC$, M, N 分别是 CC_1, BC 的中点, 点 P 在棱 A_1B_1 上, 且 $\overrightarrow{A_1P} = \lambda \overrightarrow{PB_1}$. 求证: 无论 λ 取何值, 总有 $AM \perp PN$.



15. 已知长方体 $A_1A_2A_3A_4-B_1B_2B_3B_4$ 的底面是边长为 1 的正方形, 高为 2, 则集合 $\{x \mid x = \overrightarrow{A_1B_2} \cdot \overrightarrow{A_iB_j}, i \in \{1, 2, 3, 4\}, j \in \{1, 2, 3, 4\}\}$ 中元素的个数为 ()
- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
16. 已知点 $A(0, 1, 2), B(1, -1, 3), C(1, 5, -1)$.
- (1) 若 D 为线段 BC 的中点, 求线段 AD 的长;
- (2) 若 $\overrightarrow{AD} = (2, a, 1)$, 且 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$, 求 a 的值, 并求此时向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的夹角的余弦值.

素养测评滚动(一) [范围 1.1]

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知 a, b 均为空间单位向量,且它们的夹角为 60° ,那么 $|a+3b|$ 等于 ()

A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{10}$
C. $\sqrt{13}$ D. 4

2. 下列条件中,使 M 与 A, B, C 一定共面的是 ()

A. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
B. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$
D. $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$

3. [2024·上海复旦中学高二期末] 以下说法正确的是 ()

A. 若 $a \cdot b < 0$,则 $\langle a, b \rangle$ 是钝角
B. 若 $a \parallel b$,则存在唯一的实数 λ ,使 $a = \lambda b$
C. 对空间任意一点 O 和不共线的三点 A, B, C ,若 $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC}$,则 P, A, B, C 四点共面
D. 若 a, b, c 是空间向量的一组基底,则 $a+b, b+c, c+a$ 也是空间向量的一组基底

4. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线长都等于 1,点 F, G 分别是 AD, DC 的中点,则 $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. [2024·广东佛山高二期末] 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,点 E 是 CC' 的中点. 设 $\overrightarrow{AE}$ 在 $\overrightarrow{A'D}$ 上的投影向量为 a ,则 $|a| =$ ()

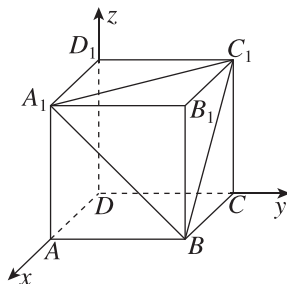
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

6. 正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 2,点 M 为棱 DD' 上一点,则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ 的最小值为 ()

A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

二、多项选择题:本题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

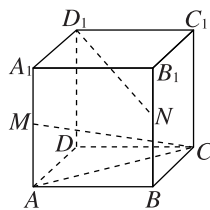
7. 如图,已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2,以 D 为原点, $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向,建立空间直角坐标系,则以下坐标表示的点在平面 A_1BC_1 内的是 ()



A. $(2, 1, 1)$ B. $(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3})$
C. $(1, 1, 1)$ D. $(-2, 3, 3)$

8. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 M, N 分别是棱 AA_1 和 BB_1 的中点,则下列结论正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{D_1N}$
B. $\overrightarrow{MC} \perp \overrightarrow{D_1N}$
C. $\overrightarrow{MC} \cdot (\overrightarrow{A_1B_1} - \overrightarrow{A_1D_1}) = 0$
D. $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{AD}$



三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. 从空间一点 P 发出三条不共面的射线 PA, PB, PC ,在 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}$ 上分别取 $\overrightarrow{PQ} = a, \overrightarrow{PR} = b, \overrightarrow{PS} = c$,点 G 在 PQ 上,且满足 $PG = 2GQ$, H 为 RS 的中点,则 $\overrightarrow{GH} =$ _____. (用 a, b, c 表示)

10. 已知 H 为四棱锥 $P-ABCD$ 的棱 PC 的三等分点,且 $PH = \frac{1}{2}HC$,点 G 在 AH 上, $AG = mAH$,四边形 $ABCD$ 为平行四边形,若 G, B, P, D 四点共面,则实数 m 的值为_____.

11. 在四棱锥 $S-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 为正方形, $AB = AD = SA = 1$,且 $SA \perp$ 底面 $ABCD$,则向量 $\overrightarrow{CS}$ 在平面 $ABCD$ 上的投影向量是_____, $\overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____.

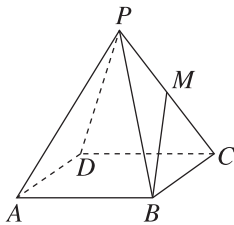
四、解答题：本题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 1, 0)$, $\mathbf{b} = (-1, 0, 2)$.

- (1) 若 $(\mathbf{a} + k\mathbf{b}) \parallel (2\mathbf{a} + \mathbf{b})$, 求实数 k 的值;
- (2) 若向量 $\mathbf{a} + k\mathbf{b}$ 与 $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 所成的角为锐角, 求实数 k 的取值范围.

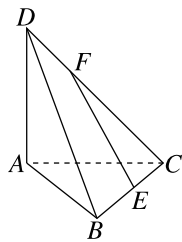
13. (15 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PM = MC$, $PA = 2AD = 2$, 且 $\angle PAB = \angle PAD = 60^\circ$, 底面 $ABCD$ 为正方形.

- (1) 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AP} = \mathbf{c}$, 试用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{BM}$;
- (2) 求 BM 的长度.



14. (15 分) [2024 · 河北保定高二期末] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{c}$, E 为 BC 的中点, F 在 CD 上, 且 $CF = 2FD$.

- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$;
- (2) 已知 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{\pi}{2}$, $\angle CAB = \frac{\pi}{3}$, $AB = AD = AC = 2$, 求 EF 的长度.



1.2 空间向量在立体几何中的应用

1.2.1 空间中的点、直线与空间向量

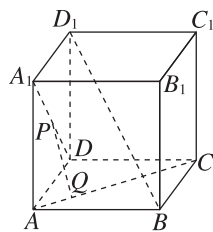
第1课时 空间中点、直线的向量表示

基础 夯实篇

1. 已知一条直线经过 $A(2,3,2), B(-1,0,5)$ 两点, 下列向量中不是该直线的方向向量的为 ()
- A. $(1,1,1)$ B. $(-1,-1,1)$
- C. $(-3,-3,3)$ D. $(1,1,-1)$
2. 已知两条不重合的直线 l_1 和 l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{v}_1=(1,0,-1), \boldsymbol{v}_2=(-2,0,2)$, 则 l_1 与 l_2 的位置关系是 ()
- A. 平行 B. 相交
- C. 垂直 D. 不确定
3. 已知直线 l 与 xOy 平面的交点坐标是 $(3,1,0)$, 与 z 轴的交点坐标是 $(0,0,\sqrt{6})$, 则直线 l 的一个单位方向向量是 ()
- A. $(3,1,-\sqrt{6})$ B. $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4})$
- C. $(-3,-1,\sqrt{6})$ D. $(-\frac{3}{4}, -\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{1}{4})$
4. 已知直线 l_1, l_2 的方向向量分别为 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, 且 $\boldsymbol{a}=(\lambda+1,0,2), \boldsymbol{b}=(6,2\mu-1,2\lambda)$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 λ 与 μ 的值可以分别是 ()
- A. $2, \frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$
- C. $-3, 2$ D. $2, 2$
5. 在空间直角坐标系中, $A(1,2,3), B(-1,0,5), C(3,0,4), D(4,1,3)$, 则直线 AB 与 CD 的位置关系是 ()
- A. 平行
- B. 垂直
- C. 相交但不垂直
- D. 无法确定
6. 已知 $A(1,1,-1), B(2,3,1)$, 设直线 AB 的方向向量为 $\boldsymbol{a}$, 且 $|\boldsymbol{a}|=1$, 则 $\boldsymbol{a}=\underline{\hspace{2cm}}$.

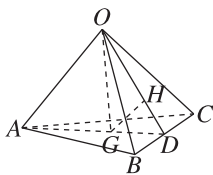
素养 提能篇

7. 已知点 $A(4,1,3), B(2,-5,1), C$ 为线段 AB 上一点, 且 $AC=\frac{1}{3}AB$, 则点 C 的坐标为 ()
- A. $(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ B. $(\frac{3}{8}, -3, 2)$
- C. $(\frac{10}{3}, -1, \frac{7}{3})$ D. $(\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}, \frac{3}{2})$
8. 从点 $A(2,-1,7)$ 沿向量 $\boldsymbol{a}=(8,9,-12)$ 的方向取线段长 $|\overrightarrow{AB}|=34$, 则点 B 的坐标为 ()
- A. $(18,17,-17)$ B. $(-14,-19,17)$
- C. $(6, \frac{7}{2}, 1)$ D. $(-2, -\frac{11}{2}, 13)$
9. 已知直线 l_1 和 l_2 不重合, $\boldsymbol{d}_1, \boldsymbol{d}_2$ 分别是 l_1, l_2 的方向向量, 则“ $\boldsymbol{d}_1=\boldsymbol{d}_2$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件
10. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, PQ 与直线 A_1D 和 AC 都垂直, 则直线 PQ 与 BD_1 的关系是 ()

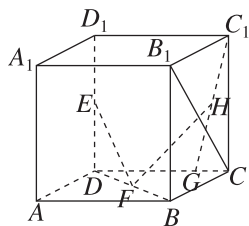


- A. 异面 B. 平行
- C. 垂直不相交 D. 垂直且相交
11. 已知直线 l 经过 $A(3,2,1), B(2,2,2)$ 两点, 且 $\boldsymbol{a}=(x,y,z)$ 是直线 l 的一个单位方向向量, 则 $\boldsymbol{a}=\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 已知 O 为坐标原点, 在四面体 $OABC$ 中, $A(0,3,5), B(1,2,0), C(0,5,0)$, 直线 $AD \parallel BC$, 并且 AD 交坐标平面 xOz 于点 D , 则点 D 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图所示,在三棱锥 $O-ABC$ 中, G,H 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心,设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}, D$ 为 BC 的中点.以 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 为空间的一组基底,求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.

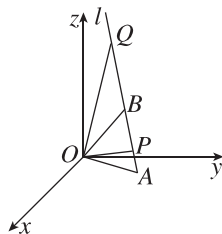


- 14.** 如图,在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 DD_1, DB 的中点,点 G 在棱 CD 上,且 $CG = \frac{1}{4}CD$, H 是 C_1G 的中点,建立适当的空间直角坐标系,求直线 B_1C, EF, C_1G, FH 的一个方向向量.



思维训练篇

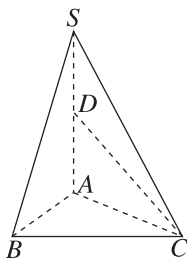
- 15.** 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{m} = (2, -1, 3)$,
且直线 l 过 $A(0, y, 3)$ 和 $B(-1, 2, z)$ 两点, 则
 $y - z =$ _____ ()
- A. 0 B. 2
C. $\frac{1}{2}$ D. 3
- 16.** 已知点 $A(2, 4, 0), B(1, 3, 3)$, 如图, 以 $\overrightarrow{AB}$ 的方
向为正向, 在直线 AB 上建立一条数轴, P, Q 为
数轴上的两点, 且 $AP : PB = 1 : 2, AQ : QB =$
 $2 : 1$, 求点 P 和点 Q 的坐标.



基础夯实篇

1. 若直线 l_1, l_2 的方向向量分别为 $\mathbf{a} = (1, 2, -2)$, $\mathbf{b} = (-2, 3, 2)$, 则 ()
- A. $l_1 // l_2$
B. $l_1 \perp l_2$
C. l_1, l_2 相交但不垂直
D. 不能确定

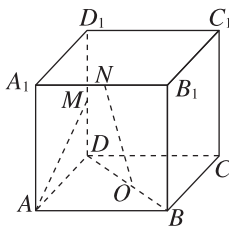
2. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 底面 ABC , $AB \perp AC$, $SA = AC = 2$, $AB = 1$, D 为棱 SA 的中点, 则异面直线 SB 与 DC 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$ D. $\frac{2}{5}$
3. [2023 · 山东临沂高二期中] 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $AB = AC = \frac{1}{2}AA_1 = 1$, 则异面直线 B_1C 与 A_1B 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{30}}{10}$
4. 若直线 m, n 的方向向量分别为 $\mathbf{a} = (1, \lambda, 1)$, $\mathbf{b} = (2, -1, -2)$, 且 m 与 n 的夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$, 则 λ 等于 ()

- A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$
C. $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$ D. 2
5. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面正方形 $ABCD$ 的中心, M 是 D_1D 的中点, N 是 A_1B_1 的中点, 则直线 NO, AM 的位置关系是 ()



- A. 平行 B. 相交
C. 异面垂直 D. 异面不垂直
6. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\mathbf{v} = (1, -2, 0)$, 则以 $(2, 1, 1)$ 为起点, 且垂直于直线 l 的单位向量的一个终点坐标为_____.

素养提能篇

7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 E 为 A_1C_1 的中点, 则下列直线中与直线 CE 垂直的是 ()
- A. AC B. BD C. A_1D D. A_1A
8. 在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 AA_1 的中点, F 为 C_1D_1 上靠近 D_1 的三等分点, 则异面直线 A_1B 与 EF 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{14}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{14}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{14}$ D. $\frac{1}{7}$
9. 在四面体 $A-BCD$ 中, AB, BC, BD 两两垂直, 且 $AB = BC = 1$, 点 E 是 AC 的中点, 异面直线 AD 与 BE 所成的角为 θ , 且 $\cos \theta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 则该四面体的体积为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{8}{3}$
10. (多选题) [2023 · 成都树德中学高二月考] 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1 = 1$, 点 M 是线段 AB_1 的中点, 点 P 满足 $\overrightarrow{BP} = \lambda \overrightarrow{BC} + \mu \overrightarrow{BB_1}$, 其中 $\lambda \in [0, 1]$, $\mu \in [0, 1]$, 则 ()

- A. 当 $\mu = 0$ 时, 有且仅有一个点 P , 使得 $B_1P // BM$
B. 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 有且仅有两个点 P , 使得 $A_1P \perp BP$
C. 当 $BC_1 \perp AP$ 时, 有 $\lambda + \mu = \frac{1}{2}$
D. 当 $\lambda = 0$ 时, 过点 P 且与直线 AB 和直线 B_1C_1 所成角都是 60° 的直线有四条

11. 已知点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 1, 0), (-1, 0, -1), (2, 1, 1)$, 点 P 的坐标为 $(x, 0, z)$, 若 $PA \perp AB, PA \perp AC$, 则 P 点的坐标为_____.

12. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, E, F 分别是 CC_1, AD 的中点, 则异面直线 OE 和 FD_1 所成的角的余弦值为_____.

思维训练篇

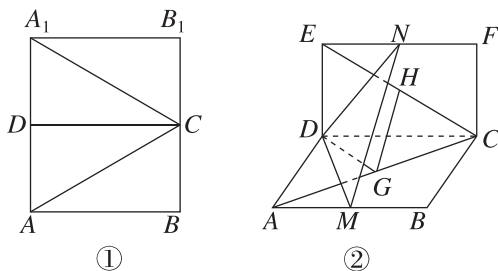
13. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$, $BC=BB_1=2$, E, F 分别是矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 与正方形 B_1BCC_1 的中心, 求异面直线 AF 与 BE 所成角的余弦值.

14. [2023 · 沈阳高二期中] 如图①, 在矩形 ABB_1A_1 中, $AA_1=2$, $AB=\sqrt{3}$, C, D 分别为 BB_1, AA_1 的中点, 现将矩形 CDA_1B_1 沿 CD 折至 $CDEF$ 的位置, 使得平面 $CDEF \perp$ 平面 $ABCD$, M, N, G, H 分别为 AB, EF, AC, EC 的中点, 如图②所示.

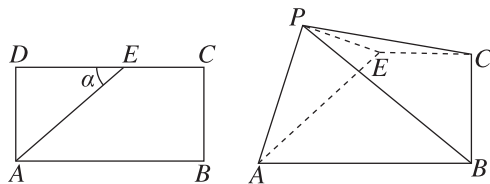
(1) 证明: $GH \parallel$ 平面 DMN .

(2) 在线段 EC 上是否存在点 Q , 使得 $AQ \perp DG$?

若存在, 求出 $\frac{EQ}{QC}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为线段 CD 上一动点 (不含端点), 记 $\angle AED = \alpha$, 现将 $\triangle ADE$ 沿直线 AE 翻折到 $\triangle APE$ 的位置, 记直线 CP 与直线 AE 所成的角为 β , 则 ()



- A. $\cos \alpha > \cos \beta$ B. $\cos \alpha < \cos \beta$
C. $\cos \alpha > \sin \beta$ D. $\sin \alpha < \cos \beta$
16. 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长都为 1, M 为底面 BC 边的中点, N 为侧棱 CC_1 上的点.

(1) 当 $\frac{CN}{CC_1}$ 为何值时, $MN \perp AB_1$?

(2) 在棱 A_1C_1 上是否存在点 D , 使 $MD \parallel$ 平面 A_1B_1BA ? 若存在, 求出点 D 的位置; 若不存在, 请说明理由.

